

EL CAMPO SEMÁNTICO DE LAS CANTIDADES

La finalidad de estas páginas es describir el paradigma léxico formado por los signos que comúnmente llamamos números $\{1, 2, 3, \dots\}$,¹ y destacar algunos de los problemas semiológicos que plantea su existencia.

Hablar de un campo semántico como el mencionado quizás provoque cierta sorpresa, dado que en semántica no suele trabajarse con entidades de naturaleza extralingüística, como los números. Sin embargo, aunque no tienen un carácter lingüístico evidente, los números son unidades dotadas de significado y, por tanto, analizables semánticamente. Es notorio que los números están constituidos no sólo por su representación gráfica ($1 = \text{'uno'}$, $2 = \text{'dos'}$, $3 = \text{'tres'}$, etc.). Además, es posible considerarlos dentro de un contexto semiológico específico —el lenguaje matemático— y, en cuanto parte de él, justificar su tratamiento como tarea de una semántica que se ocupe del plano del contenido de los lenguajes artificiales.

El *corpus* formado por los números y por el contexto a que ellos pertenecen puede delimitarse de la siguiente ma-

¹ Me ocuparé de los que en matemáticas se denominan *números naturales* en contraposición terminológica con los *números reales*, *imaginarios*, *racionales*, *irracionales*, *complejos*, etc. (Sobre esta clasificación, cf. cualquier texto especializado, por ejemplo el de CARL B. ALLENDOERFER y CLETUS O. OAKLEY, *Introducción moderna a la matemática superior*, Madrid, 1967). Si bien se tiende a identificar los números naturales con los del sistema decimal, que usamos cotidianamente para anotar cantidades y hacer operaciones aritméticas, números naturales resultan también los emanados del sistema binario, empleado en la computación, y los del sistema vigesimal de origen americano prehispánico. Por razones que más adelante se entenderán, me auxiliaré de estos otros dos sistemas cuando los ejemplos usados con el decimal necesiten mayor aclaración. No tomo en cuenta otras numeraciones como la romana porque, salvo los mencionados, no existe otro sistema numérico posicional con cero: el sexagesimal caldeo es semi-posicional, pues carece de cero. Cf. cualquier historia de las matemáticas como, por ejemplo, A. WARUSEFEL, *Los números*, Barcelona, 1968).

nera: El lenguaje aritmético es parte del lenguaje matemático; el lenguaje aritmético está integrado por tres clases de signos: los números, los conectivos numéricos (+ 'más', — 'menos', \times 'por', \div 'entre') y un término predicativo (= 'igual'), signos con que se construyen enunciados articulados sintácticamente ($2 + 2 = 4$).²

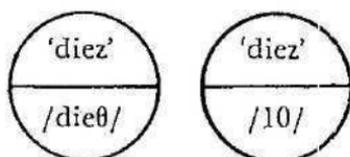
Parto, pues, del hecho de que los números no son entidades aisladas, como aparentemente parecerían serlo, y de que, dentro del lenguaje a que pertenecen, desempeñan una función nominativa de 'las cantidades apreciadas en los objetos', sustancia de contenido conceptuada paralelamente por los números y por repertorios léxicos de las lenguas naturales (*uno, dos, tres, diez, cien, mil, etc.*).

El primer aspecto que debe tratarse en un acercamiento al campo semántico en cuestión, tiene que ser el significado de los números.³ El cual es fácilmente enunciable si se repara en el habitual intercambio que se opera entre números y palabras con significado numérico. Se puede considerar que tal intercambio implica la elección de un significante distinto (verbal o gráfico) para un mismo significado: "El año de *mil novecientos setenta y cinco*" :: "el año de 1975". La observación de este hábito justifica ampliamente enunciar el

² Lo que menciono someramente en este párrafo se encuentra desarrollado ampliamente en mi trabajo *Los sistemas doblemente articulados*, de próxima aparición, que es una introducción al análisis lingüístico de los lenguajes matemáticos.

³ Los números empezaron a llamar la atención de los semiólogos a partir de un artículo de ANDRÉ MARTINET, "Sobre la variedad de las unidades significativas" (en *La linguistique synchronique*, París, 1965). Después de él, han hecho algunas observaciones al respecto LUIS J. PRIETO, *Mensajes y señales*, Barcelona, 1967, pp. 98-99, 109-119 y 172; PIERRE GUIRAUD, *La semiología*, Buenos Aires, 1971, p. 43; GEORGES MOUNIN, *Introducción a la semiología*, Barcelona, 1972, pp. 153-154. Estos autores, ante la dificultad de definir el significado de los números como entidades matemáticas o aritméticas, se han ocupado de ciertos usos aledaños de los mismos (en las claves telefónicas, rutas de autobuses urbanos, habitaciones de un hotel, etc.). Su preocupación se ha centrado en saber si se trata en esos casos de códigos signícos de una o dos articulaciones. El único que ha empezado a atender al significado matemático de los números es CHRISTIAN METZ, "Remarque sur le mot et sur la chiffre", *La linguistique*, 2 (1967), pp. 41-56.

significado de los signos numéricos de la misma manera en que se enuncia el de los signos lingüísticos:



Sin embargo, dicha especificación del contenido portado por los números resulta insuficiente para realizar el análisis sémico de las relaciones paradigmáticas que se dan entre los miembros de nuestro campo semántico. Pero, de principio, queda claro que los números portan un significado accesible y factible de ser tratado semánticamente.

A falta de diccionarios sobre los números,⁴ cuya existencia obviamente resultaría absurda, los instrumentos definitivos por los que he optado para llevar a efecto el análisis del contenido de los mismos, son aquellos con que, en matemáticas, suele explicarse la mecánica interna del funcionamiento de un sistema numeral posicional: los conceptos de *unidad*, *orden posicional* y *valor* de cada una de las cifras empleadas por el sistema.⁵

La unidad es un concepto axiomático, es decir que se admite sin requerir explicación. El orden posicional conceptúa el lugar ocupado por las cifras:

$$/100/ \left\{ \begin{array}{l} \text{'una unidad de tercera posición} \\ \text{cero unidades de segunda posición} \\ \text{cero unidades de primera posición'} \end{array} \right.$$

El valor de las cifras empleadas por un sistema posicional, en principio, no es determinado posicionalmente:

⁴ Mencionó esto porque el método que se emplea para discernir los componentes del significado de una palabra consiste en recurrir a los diccionarios. (Cf. B. PORTIER, "La définition sémantique dans les dictionnaires", *Travaux de Linguistique et de Littérature*, III, 1965, pp. 83 y ss.; RAMÓN TRUJILLO, "De la definición lexicográfica a la definición semántica", en *El campo semántico de la valoración intelectual en español*, Las Palmas de Gran Canaria, 1970, pp. 107-116).

⁵ Cf., por ejemplo, National Council of Teachers of Mathematics, *Sistemas de numeración para los números enteros*, México, 1972.

/0/	'cero'
/1/	'uno'
/2/	'dos'
/3/	'tres'
/4/	'cuatro'
/5/	'cinco'
/6/	'seis'
/7/	'siete'
/8/	'ocho'
/9/	'nueve'

De hecho, estos valores anteceden al sistema y no son creados por él.⁶ El primer número conceptualizado posicionalmente es el que corresponde a la base del sistema; en el decimal, el diez:⁷

/10/ = 'una unidad de segundo orden,
cero unidades de primer orden'

Este último caso ejemplifica claramente cómo es posible construir la definición de un número. Definiciones de tal naturaleza son las que emplearé para analizar el campo semántico de las cantidades.

Se entiende que los semas⁸ que entran en juego en la armazón del semema que conforma el significado de los signos numéricos son los conceptos, antes aludidos, de *unidad*,

⁶ Cualquiera comprenderá que, antes de la aparición del sistema decimal (*India*, circa siglo VIII d. C.), ya existían los conceptos del 'uno' al 'nueve', depositados previamente en palabras. El único concepto nuevo que, en última instancia, aparece al formarse el sistema, es el 'cero'.

⁷ Aunque, desde luego, los números anteriores a la base del sistema se redefinen tautológicamente: /1/ = 'una unidad de primer orden'.

⁸ Sobre las unidades que entran en juego en un campo semántico (*sema*, *semema*, *archisemema*, etc.), véanse B. POTTIER, "Vers une sémantique moderne", *Travaux de Linguistique et de Littérature*, II (1964), pp. 107-137; E. COSERIU, "Pour une sémantique structurale", *Travaux de Linguistique et de Littérature*, II (1964), pp. 139-186; R. TRUJILLO, *El campo semántico*, pp. 33 y ss.

orden posicional y valor de cada cifra: 'cero', 'uno', 'dos', 'tres', 'cuatro', 'cinco', 'seis', 'siete', 'ocho', 'nueve'.

Anoto analíticamente el semema, el haz de rasgos distintivos, yuxtaponiendo en forma lineal los semas que lo configuran ('una unidad de segundo orden, cero unidades de primer orden'), y, sintéticamente, enunciado entre comillas simples el nombre del número ('diez').

Hechas estas observaciones, la apertura numérica se aprecia semánticamente así:

Significante	Semema	Semas
/0/	'cero'	'cero unidades de primer orden'
/1/	'uno'	'una unidad de primer orden'
/2/	'dos'	'dos unidades de primer orden'
/3/	'tres'	'tres unidades de primer orden'
/4/	'cuatro'	'cuatro unidades de primer orden'
/5/	'cinco'	'cinco unidades de primer orden'
/6/	'seis'	'seis unidades de primer orden'
/7/	'siete'	'siete unidades de primer orden'
/8/	'ocho'	'ocho unidades de primer orden'
/9/	'nueve'	'nueve unidades de primer orden'
/10/	'diez'	'una unidad de segundo orden, cero unidades de primer orden'
/11/	'once'	'una unidad de segundo orden, una unidad de primer orden'
....
/19/	'dieci- nueve'	'una unidad de segundo orden, nueve unidades de primer orden'
/20/	'veinte'	'dos unidades de segundo orden, cero unidades de primer orden'
....
/29/	'veinti- nueve'	'dos unidades de segundo orden, nueve unidades de primer orden'
/90/	'noventa'	'nueve unidades de segundo orden, cero unidades de primer orden'
....
/99/	'noven- tainueve'	'nueve unidades de segundo orden, nueve unidades de primer orden'

Significante	Semema	Semas
/100/	'cien'	'una unidad de tercer orden, cero unidades de segundo orden, cero unidades de primer orden'
....
/109/	'ciento nueve'	'una unidad de tercer orden, cero unidades de segundo orden, nueve unidades de primer orden'
/1000/	'mil'	'una unidad de cuarto orden, cero unidades de tercer orden, cero unidades de segundo orden, cero unidades de primer orden'
....
/1009/	'mil nueve'	'una unidad de cuarto orden, cero unidades de tercer orden, cero unidades de segundo orden, nueve unidades de primer orden'

Este análisis, que, obviamente, puede continuarse de manera automática hacia el infinito, permite ya formular la existencia del campo y su estructura.

El archisemema, o sea, el sema o semas que funcionan como el rasgo distintivo que presentan en común *todos* los miembros del campo semántico, es el que cabe describir como '*unidades de primer orden*'.⁹ Ningún semema de ningún número —ni el *cero* ni el más elevado que se conciba— deja de poseerlo:

⁹ "Un campo semántico es un paradigma léxico, constituido por todas las unidades que tienen, cuando menos, un sema sustancial en común, y estructurado en cadenas de oposiciones simples entre parejas de términos" (R. TRUJILLO, *El campo semántico*, p. 514). La última frase de la cita, "parejas de términos", se refiere, obviamente, a pares mínimos semánticos. En nuestro caso abundan: /10/ —'una unidad de segundo orden, cero unidades de primer orden' /19/ —'una unidad de segundo orden, nueve unidades de primer orden'.

/0/	'cero'	'cero unidades de primer orden'
/9999/	'nueve mil novecientos noventa y nueve'	'nueve unidades de cuarto orden, nueve unidades de tercer orden, nueve unidades de segundo orden, nueve unidades de primer orden'

El campo se organiza paradigmáticamente de manera que cada diez elementos integren un *microsistema* de relaciones y oposiciones sémicas simétricas, debido a la posesión de unos mismos rasgos distintivos y a la diferenciación establecida entre los diez sememas de cada microsistema, por los semas que comporta el valor independiente de cada cifra (cf. el esquema de la apertura numérica).

Aparte del archisemema de todo el campo ('unidades de primer orden'); cada microsistema decimal funciona en torno de un archisemema particular: del *cero* al *nueve*, el archisemema es 'unidades de primer orden'; del *diez* al *diecinueve*, 'una unidad de segundo orden, equis unidades de primer orden'; del *noventa* al *noveintainueve*, 'nueve unidades de segundo orden, equis unidades de primer orden'; del *cien* al *ciento nueve*, 'una unidad de tercer orden, cero unidades de segundo orden, equis unidades de primer orden', etc.

Cada microsistema decimal termina allí donde su archisemema particular se hace rasgo distintivo que lo opone globalmente al siguiente microsistema.¹⁰ Por ejemplo, el archisemema 'una unidad de segundo orden, equis unidades de primer orden', que aglutina los sememas que van del *diez* al *diecinueve*, se vuelve rasgo distintivo de su microsistema, la segunda decena, frente al microsistema que va del *veinte* al

¹⁰ "Un campo semántico se constituye siempre sobre oposiciones simples entre términos próximos e inmediatos, y termina ahí donde es el valor total del campo el que se hace rasgo distintivo" (R. TRUJILLO, *El campo semántico*, p. 515. Cf. también E. COSERIU, *Pour une sémantique*, 2.3.3, y "Les structures lexématiques", en *Zeitschrift für Französische Sprache und Litteratur*, Beiheft: Probleme der Semantik, Heft. 1., Wiesbaden, 1968, pp. 8-16). Si nuestro paradigma léxico se organiza como un campo de campos semánticos, ello obedece al número ilimitado de miembros de que consta.

veintinueve, la tercera decena, cuyos sememas aglutina el archisemema 'dos unidades de segundo orden, equis unidades de primer orden'.

Esta mecánica sémica trae consigo el surgimiento de otros subsistemas derivados de los anteriores:

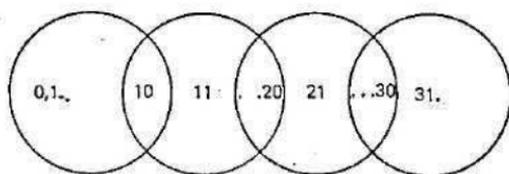
Significante	Semema	Semas
/10/	'diez'	'una unidad de segundo orden, cero unidades de primer orden'
/20/	'veinte'	'dos unidades de segundo orden, cero unidades de primer orden'
/30/	'treinta'	'tres unidades de segundo orden, cero unidades de primer orden'
...
/80/	'ochenta'	'ocho unidades de segundo orden, cero unidades de primer orden'
/90/	'noventa'	'nueve unidades de segundo orden, cero unidades de primer orden'

Estos subsistemas, por lo general, se emplean para contar abreviadamente: de *diez* en *diez* o de *cien* en *cien*, por ejemplo. Difieren de los microsistemas decimales antes descritos en que no están integrados en realidad por diez miembros, sino por nueve (como se aprecia en el cuadro anterior). Usualmente se incorpora a ellos un elemento más para concederles apariencia decimal: 10 — 20 — 30 — 40 — 50 — 60 — 70 — 80 — 90 — 100 — 200 — 300 — 400 — 500 — 600 — 700 — 800 — 900 — 1000, etc.

Se tiene también el hábito de considerar que cada decena de signos numéricos empieza por el segundo miembro de un microsistema y termina en el primer miembro del siguiente microsistema.¹¹ Así, se piensa que la primera serie decimal va del *uno* (segundo miembro del primer microsistema) al *diez* (primer miembro del segundo microsistema); que la segunda serie decimal va del *once* al *veinte*, etc.

¹¹ La causa de este hábito se encuentra en la creencia general de que la numeración empieza por el *uno* y no por el *cero*.

Esta reacción de los usuarios ante el sistema provoca un encabalgamiento que trae como consecuencia una intersección que eslabona todos los microsistemas decimales:



La estructura del campo semántico representado por la numeración decimal es extremadamente simple, cualidad de que emana, sin duda, su perfección matemática, capaz de proporcionar una escala para ascender en forma automática hacia el infinito mediante pasos finitos. Aparte de su simplicidad matemática, juzgo que este campo semántico es de una riqueza semiológica invaluable. Es la prueba contundente de que los campos semánticos existen y no son meras especulaciones del analista. Un sólido argumento para el estructuralismo ontológico.¹² Quien dude de la estructura que des-

¹² *Ontológico* no en el sentido de que los objetos ni el pensamiento que los juzga posean realmente esa estructura; *ontológico* quiere decir aquí *no metodológico*, o sea, que el sistema se muestra por sí mismo como una estructura y no como consecuencia de que el método de análisis lo haga parecer como si fuera una estructura. Estoy totalmente en desacuerdo con Umberto Eco (cf. *La estructura ausente*, Barcelona, 1972; en especial la sección titulada "Los fundamentos filosóficos de la investigación semiótica", pp. 397-472) en que el estructuralismo semiológico sólo puede ser practicado metodológicamente. Sostengo que la comunicación es un *continuum* estratificado o segmentado en muchas formas, y que algunas de ellas, como es natural, presentan menor grado de organización que otras (plenamente estructuradas). Pienso que, como él trabaja con las menos organizadas (*mensaje publicitario, cine, pintura, arquitectura, etc.*), se deja llevar por un engaño, predicando para el todo (el *continuum*) lo que observa en algunas de sus partes. Su estructuralismo metodológico, a mi juicio, no rebasa los límites de una inteligente justificación para ocuparse de los instrumentos de comunicación que a él le interesan, justificación que, por medio de especulación filosófica, confunde con el principio en que ha de cimentarse toda la semiología. (Para mayores datos, cf. mi trabajo *Los sistemas doblemente articulados*).

cribo negará los principios en que se cifra la base de su limitado o amplio saber numérico. A partir de unos cuantos semas —o axiomas, cabe decir—, los conceptos de 'unidad' y 'orden posicional', y las nociones ordenadas¹³ de 'cero' → 'uno' → 'dos' → 'tres' → 'cuatro' → 'cinco' → 'seis' → 'siete' → 'ocho' → 'nueve', se instituye una *mecánica nominativa*, un sistema de signos que, combinando unos mismos rasgos distintivos, sometidos a una mecánica de ordinación, genera formas conceptuales para significar cualquier cantidad.

El sistema decimal no está constituido, como desde fuera lo aparenta, por un conjunto infinito de signos numéricos, sino que, en su armazón interna, se muestra como un conjunto infinito de conjuntos finitos intersectados siempre unos con otros.¹⁴ La estructura del campo revela que la fun-

¹³ No debe pasarse por alto, que es característica de los componentes sémicos de este campo una regencia de orden: al 'cero' sigue el 'uno'; al 'uno', el 'dos'; etc., y, consecuentemente, a la 'primera posición', la 'segunda', etc. Lo cual explica que todo número tenga un sucesor y un predecesor inmediatos y que, en rigor, los pares mínimos de semas numéricos no sean como el enunciado en la nota 9, sino los que se dan entre términos inmediatos:

10 = 'una unidad de segundo orden, *cero* unidades de primer orden'
 11 = 'una unidad de segundo orden, *una* unidad de primer orden'

Es de observarse, también, que dicha regencia de orden no es exclusiva de los conceptos numéricos, sino que se da principalmente entre conceptos que encierran nociones espacio-temporales: 'aquí' — 'allá' — 'acullá'; 'ayer' — 'hoy' — 'mañana'. Pequeños campos semánticos se forman en torno a las sucesiones ordenadas: el de *los días de la semana* o el de *los meses del año*, por ejemplo. La ordinación no es propiedad exclusiva de los números, pero sí interviene determinantemente en la organización del campo semántico formado por ellos.

¹⁴ Uso el término *conjunto* en el sentido especializado de las matemáticas (cf. cualquier texto, por ejemplo, PATRICK SUPPES, *Introducción a la lógica simbólica*, México, 1966). La teoría de los conjuntos considera modelo de *conjunto infinito* el de los números naturales. Semánticamente, el mismo no puede ser apreciado más que como un *conjunto infinito* de *conjuntos finitos*. Quizá esta observación pueda tener alguna trascendencia matemática. La intersección a que me refiero no es simplemente la que se opera al reconocer como primer elemento de cada decena al segundo miembro de un microsistema, y como último al primer miembro del siguiente microsistema, sino a la intersección

cionalidad del mismo consiste en crear conjuntos finitos para generar una escala ascendente hacia el infinito: cada peldaño tiene diez elementos, organizados simétricamente en un microsistema de relaciones y oposiciones sémicas. De ahí el nombre, *decimal*, del sistema numérico en cuestión.

Sólo por el gobierno paradigmático que se ejerce sobre la apertura numérica es por lo que el repertorio de signos emanados del sistema decimal puede considerarse un campo semántico. Un campo semántico es un paradigma léxico, y un paradigma (sea también fonológico o gramatical), entre sus varias características, presenta la de ser *una estructura constituida por un número finito de miembros*.¹⁵ La finitud es la esencia de los paradigmas, pilar de la noción de *estructura* en lingüística.

Desde el punto de vista de la semántica estructural, los signos de una lengua no pueden considerarse indiscriminadamente como una serie ilimitada o infinita,¹⁶ sino que es necesario formular que los términos del universo léxico de una lengua dependen de constelaciones (campos semánticos o paradigmas léxicos) con mayor o menor número de miembros, pero con número siempre finito, y que tales constelaciones

que se opera entre cada microsistema sucesivo de manera que el posterior lleva siempre parte del anterior: {0...9} va interno en {10...19}, aun ópticamente; {10...19} va interno en {110...119}; {110...119} en {1110...1119}, etc. La primera decena es subconjunto —conceptual y gráficamente— de cada decena hasta el *cien*. Luego cada decena va interna en cada centena {110, 120...190}, etc.

¹⁵ Aunque principalmente se define el paradigma por su orden vertical y simultáneo y por su pertenencia al nivel de la lengua, frente a la presencia horizontal y sucesiva del sintagma en el nivel del habla, no es menos pertinente el carácter finito de los paradigmas. Propiamente el sentido que tiene el establecimiento de un sistema específico de relaciones y oposiciones es ofrecer al usuario elementos integrados en conjuntos finitos, y no elementos desintegrados en simples series ilimitadas o infinitas.

¹⁶ Para considerar infinito el número de signos de una lengua, no hace falta otra cosa que darse cuenta de que a las voces de un diccionario pueden agregarse las palabras {*uno, dos, tres...*}, con lo cual la cantidad de términos de una lengua resulta más que infinita. (Cf., sobre esta paradoja, la nota 39).

se encuentran interrelacionadas unas con otras.¹⁷ Quizás no exista mejor ejemplo para probar lo dicho que el campo semántico formado por los signos de un sistema numérico posicional (como el decimal).¹⁸ Claramente se observa la construcción de series finitas con el objetivo mismo de generar una red conceptual para estratificar un *continuum* por naturaleza infinito como todos los *continua*.

¹⁷ Desde este punto de vista, la verbalización del infinito numérico aparece sólo como un campo semántico de los muchos de que consta una lengua. Sobre los intentos hechos para explicar la organización global del repertorio léxico de una lengua, véase, por ejemplo, Luis J. PRIETO, *Principes de noologie*, The Hague, 1964.

¹⁸ Si nuestro paradigma léxico se organiza como un campo de campos semánticos o un sistema de microsistemas, ello obedece al número ilimitado de sus miembros (ficticio por otra parte; cf. *infra*, p. 42). Ya el genio de Hjelmslev había preconcebido que el repertorio léxico de una lengua no podía estar organizado de otra manera que en subsistemas finitos, y que el día en que la semántica encontrara la manera de poderlos localizar y describir; la semántica habría dado definitivamente con el camino para sistematizarse. Decía: "El vocabulario es inestable, cambia constantemente, se presenta a primera vista como la negación misma de un estado, de una sincronía, de una estructura... por eso, una descripción estructural del vocabulario, una semántica estructural parecería estar destinada al fracaso... pero podrá llevarse a cabo a condición de reducir las clases abiertas [conjuntos infinitos] a clases cerradas [conjuntos finitos]" (Cf. "Para una semántica estructural", en *Ensayos lingüísticos*, Madrid, 1972, pp. 127 y 144). Guiado por su criterio de adecuación (tan censurado y tan poco profundizado), pensé que la metodología prepuesta por Hjelmslev sólo podría funcionar si en realidad el sistema estuviera estructurado así (los semantistas estructurales, pese a que critican a Hjelmslev, no han hecho otra cosa que demostrarlo), y de ahí fue de donde surgió este artículo: busqué el repertorio de signos más amplio que pudiera imaginarse (el modelo numérico del infinito), y al analizarlo me percaté de que lo que Hjelmslev suponía era cierto, y de que ello es principio semiológico, lo postulo así: *cualquier repertorio de signos, por amplio que sea, tiende a organizarse en subsistemas o microsistemas, por naturaleza finitos*. Habrá relatividades, sin duda, pero en el caso de los números el principio es absoluto. Por isomorfismo semiológico (noción que, pese a toda censura, está destinada a prosperar, como el tiempo lo demostrará) es sostenible que, con el vocabulario total de una lengua, visto desde la perspectiva de un corte sincrónico realizado en cualquier momento, no puede pasar otra cosa que lo que pasa en *el campo semántico de las cantidades*, esto es, que un infinito signico (serie abierta, ilimita-

Por otra parte, se ha dicho que, en general, los campos semánticos, pese a su organización finita, son estructuras siempre dispuestas diacrónicamente a dejar salir elementos desactualizados, o a dar ingreso a nuevos elementos; es decir que, si son finitas, no resultan estructuras herméticamente cerradas.¹⁹ Indudablemente la generalización anterior es cierta, pero deben descartarse de ella campos semánticos como el numérico. Desde que éste se instituyó, no ha dado entrada ni salida a ningún miembro, ni es concebible que en el futuro pueda hacerlo. La inmutabilidad del campo semántico representado por la numeración decimal es atribuible, desde luego, a su naturaleza matemática, y cabe suponer que la constitución de *campos semánticos inmutables* es tendencia de las ciencias exactas, sobre todo cuando su finalidad es encontrar leyes universales (intemporales, en consecuencia).

Con todo, la inmutabilidad del campo semántico formado por la numeración decimal no debe asociarse necesariamente con la idea de que implique una estructura conceptual universal. La numeración decimal no puede referirse —por su dependencia del lenguaje matemático— a ninguna lengua en particular (español, inglés, ruso, etc.). Cosa que siempre se hace con los campos semánticos de las lenguas naturales. Pero, de todos modos, no implica más que una de las muchas estratificaciones conceptuales posibles de la percepción cuantitativa de los objetos.²⁰ Al lado del sistema decimal existen otros dos sistemas numéricos posicionales: el binario y el vi-

da, o como quiera llamársela) se soporta en conjuntos finitos (series cerradas, limitadas o como guste llamárselas). Esto es importante, porque la cantidad total de voces de una lengua o el conjunto total de campos semánticos que ésta supone, nunca podrán ser enteramente descritos (siempre están apareciendo nuevos términos, por otra parte) y, por tanto, sólo el cálculo lingüístico (tan enfatizado por Hjelmslev) puede lograr dar una visión efectiva de cómo se estructura el plano del contenido.

¹⁹ Cf. RAMÓN TRUJILLO, *El campo semántico*, p. 515. Se entiende que esto obedece a los cambios conceptuales que se van operando en la cosmovisión de una lengua o de una cultura.

²⁰ Sobre la variedad de estratificaciones conceptuales del área léxica de las cantidades, en diferentes núcleos culturales, véase la riqueza de datos recopilados por E. CASSIRER, *Filosofía de las formas simbólicas*, México, 1971, pp. 125-253.

gesimal. Estos dos sistemas operan sobre los mismos mecanismos posicionales del decimal (ambos tienen *cero*). Sin embargo generan una estratificación conceptual diferente. La apertura numérica es gobernada binariamente por microsistemas binarios; vigesimalmente, por microsistemas vigesimales.²¹

La existencia de estos otros dos campos semánticos,²² que cubren la misma sustancia de contenido que la numeración decimal ('las cantidades de los objetos'), proporciona un nítido ejemplo para entender cómo puede variar la armazón conceptual de un mismo significado:

<i>Sistema</i>	<i>Significante</i>	<i>Semema</i>	<i>Semas</i>
decimal	/20/	'veinte'	'dos unidades de segundo orden, cero unidades de primer orden'
binario	/10100/	'veinte'	'una unidad de quinto orden, cero unidades de cuarto orden, una unidad de tercer orden, cero unidades de segundo orden, cero unidades de primer orden'
vigesimal	$\left \begin{array}{c} \# \\ 0 \end{array} \right $	'veinte'	'una unidad de segundo orden, cero unidades de primer orden'

Si no es factible atribuir este tipo de campos semánticos a lengua alguna en particular, es porque la concepción numé-

²¹ El cuadro analítico del campo semántico constituido por estos otros dos sistemas se encuentra en el apéndice que aparece al final de estas páginas.

²² Digo *existencia*, porque estos otros dos sistemas han tenido vigencia: el binario es empleado por las computadoras y el vigesimal tuvo vida entre los antiguos pueblos prehispánicos. Potencialmente existe un número infinito de sistemas numéricos posicionales: ternario, cuaternario, quinario, etc. Cada uno de ellos representaría una estratificación conceptual diferente de la percepción cuantitativa de las cantidades en los objetos.

rica creada por un sistema posicional suele ser compartida por núcleos culturales que rebasan las fronteras de una sola lengua.²³ Con esto puede advertirse algo más: que tanto la nomenclatura aritmética como la nomenclatura verbal de las cantidades pueden coincidir. Prueba de ello es el mundo americano prehispánico,²⁴ donde varias lenguas muestran una clara estructura vigesimal en la verbalización de sus números, como, por ejemplo, el náhuatl clásico:²⁵

- | | |
|-----------------------|-------------------------|
| 1. ce | 23. cempoualli-om-(y)ey |
| 2. ome | 24. cempoualli-om-nahui |
| 3. yei | 25. cempoualli-om- |
| 4. nahui | maçuilli |
| 5. macuilli | 26. cempoualli-om- |
| 6. chicuace | chicuace |
| 7. chicome | 27. cempoualli-om- |
| 8. chicuey | chicome |
| 9. chicunahui | 28. cempoualli-om- |
| 10. matlactli | chicuey |
| 11. matlactionce | 29. cempoualli-om- |
| 12. matlactliomome | chicunahui |
| 13. matlactliomey | 30. cempoualli-om- |
| 14. matlactlionahui | matlactli |
| 15. caxtulli | 31. cempoualli-om- |
| 16. caxtullionce | matlactlionce |
| 17. caxtulliomome | 32. cempoualli-om- |
| 18. caxtulliomomey | matlactliomome |
| 19. caxtullionahui | 33. cempoualli-om- |
| 20. cempualli | matlactliomey |
| 21. cempoualli-on-ce | 34. cempoualli-om- |
| 22. cempoualli-om-ome | matlactlionahui |

²³ El manejo generalizado del sistema decimal habla, por sí mismo, de lo que se afirma.

²⁴ Aunque el ejemplo sería igualmente bueno con cualquier lengua de las que presentan estructura decimal (como el español, en el que cada diez elementos aparece un nuevo término: *diez, veinte, treinta... cien, doscientos, trescientos...*), prefiero el caso arriba señalado, porque el encontrarse dentro de una circunstancia impide, a veces, apreciarla bien. (Usamos *decimal*, y no nos apercebimos de su estructura).

²⁵ Tomo los nombres tal como los cita FRAY ALONSO DE MOLINA en su *Vocabulario en lengua castellana y mexicana y mexicana y castellana*, México, 1571; ed. facs., México, 1970, pp. 118-122.

35. cempoualli-on-caxtulli	45. ompualli-om-macuilli
36. cempoualli-on-caxtullionce	50. ompualli-om-matlactli
37. cempoualli-on-caxtulliomome	60. yey-poualli
38. campoualli-on-caxtulliomey	80. nahui-poualli
39. cempoualli-on-caxtullionahui	100. macuil (li)-poualli
40. om (e)pualli	200. matlac (tli)-poualli
	300. caxtul (li)-poualli
	400. ce-n-tzuntli
	8000. ce-n-xiquipilli
	80000. matlac (tli)-xiquipilli; etc.

Lo vigesimal de esta nomenclatura salta a la vista. La composición morfológica de las palabras se basa en la combinación sucesiva de las primeras diecinueve de ellas con el nombre de cada veintena. Cada veintena se forma, a su vez, con el sustantivo *poualli* ('cuenta') al que se anteponen los diecinueve términos primarios: *ce-m-poualli* ('primera cuenta': 'un veinte'), *om (e) poualli* ('segunda cuenta': 'dos veintes'), *ye (y) poualli* ('tercera cuenta': 'tres veintes'), etc. La relación del náhuatl con la numeración gráfica era tal, que inclusive las palabras básicas de su sistema verbal coincidían con las cifras americanas prehispánicas: ===== *chicua-ce* ('cinco y uno', esto es, 'seis'); ===== *chic-ome* ('cinco y dos': 'siete'); ===== *chicu-yey* ('cinco y tres': 'ocho'), ===== *chicu-naui* ('cinco y cuatro': 'nueve'), etc.

Así, pues, la conceptualización numérica decimal y la conceptualización numérica vigesimal (y, claro está, la binaria),²⁶ pertenecientes a diferentes grupos culturales, no son únicas ni universales por razones intrínsecas del sistema de que derivan, sino que son maneras particulares de apreciar el mundo de las cantidades.²⁷ El ejemplo dado con el náhuatl muestra

²⁶ No atribuyo la numeración binaria a ningún núcleo cultural, porque, desde que Leibniz la creó, estuvo en desuso hasta que se empezó a emplear en las máquinas, y éstas no representan un núcleo cultural en el sentido en que la cultura occidental y la indígena americana lo son.

²⁷ La generalización del sistema decimal ha dependido, claro está, de su prestigio y también del desconocimiento que tradicionalmente

la coincidencia que puede darse entre la graficación y la verbalización de las cantidades, pero todavía no se ha especificado en qué radica la diferencia esencial entre la manera de significar las cantidades por medio de palabras y de números.

Por su sustancia y la forma (gráfica) de su significante, es por lo que los números son propiamente números. Los números y las palabras con significado numérico (*10 = diez*) no difieren esencialmente en cuanto a su contenido ('diez'), gracias al cual se relacionan. Difieren radicalmente por su presencia física: las palabras son secuencias de fonemas, y los números, secuencias de cifras. Los fonemas intervienen en la formación de los significantes de todos los signos de una lengua y no sólo en la de las palabras con significado numérico (*uno, luna, gato*). Las cifras intervienen exclusivamente en la formación del significante de un solo tipo de signos del lenguaje aritmético: los números (*10, +, —, ×, ÷, =*).²⁸ En las lenguas naturales, la independencia que las palabras con significado numérico guardan respecto de las demás es sólo semántica (*uno, dos, tres ... lunes, martes, miércoles ... éste, ése, aquél ... león, leopardo, tigre ... Antonio, Juan, Pedro ... silla, mesa, banco ... etc.*). En el lenguaje aritmético, la independencia de los números respecto a los otros signos con que coexisten (*+, —, ×, ÷, =*) es semántica y expresiva (marcada por un sistema significante propio: las cifras). De ahí, la existencia aparentemente aislada de los números.

La posesión de un sistema significante propio, por parte de los números, hace que se establezca una correspondencia

se ha tenido del otro sistema. Lo que sí parece universal es el principio del montaje posicional.

²⁸ Algo paralelo a esto sucedería si, en la formación del significante de palabras con significado numérico, intervinieran solamente ciertos fonemas de un sistema fonológico y esos fonemas no aparecieran en ninguna otra palabra (*/a/ 'cero', /b/ 'uno', /c/ 'dos', /d/ 'tres', /e/ 'cuatro', /f/ 'cinco', /g/ 'seis', /i/ 'siete', /x/ 'ocho', /k/ 'nueve'; /ba/ = 'diez', /debe/ = 'tres mil cuatrocientos catorce', /θiega/ = 'veinti-seis mil cuatrocientos sesenta'). Si esto sucediera, no habría ninguna diferencia entre los números y las palabras con significado numérico.*

simétrica en relación de uno a uno entre formas de contenido y formas de la expresión:

/1975/	{	'una unidad de cuarto orden' (1 — — —)
		'nueve unidades de tercer orden' (9 — —)
		'siete unidades de segundo orden' (7 —)
		'cinco unidades de primer orden' (5)

Cada cifra porta una parte del contenido sémico que conforma un semema numérico. En cambio, las palabras con significado numérico, carentes de un sistema significante propio, presentan un significado que no se encuentra parcial y simétricamente repartido en cada fonema, sino que lo portan secuencias de fonemas:

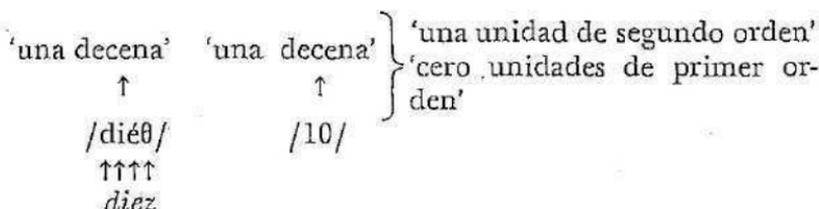
/mil noveθientos setentaísinko/	{	'una unidad de cuarto orden' (<i>mil</i>)
		'nueve unidades de tercer orden' (<i>noveθientos</i>)
		'siete unidades de segundo orden' (<i>setenta</i>)
		'cinco unidades de primer orden' (<i>sinko</i>)

La relación asimétrica entre formas del contenido y formas de la expresión, que se da en las palabras con significado numérico, explica por qué los nombres de las cantidades se manifiestan, unas veces, como una palabra (*diez, cien, mil*), y otras veces como una frase lexicalizada (*mil novecientos setenta y cinco*).²⁹

Respecto a la graficación numérica es pertinente subrayar —porque podría pasar inadvertido o prestarse a confusiones— su diferencia con la escritura ordinaria de las lenguas naturales. Ella reside en que mientras las letras se asocian convencionalmente con los fonemas de una lengua, las cifras no son subsidiarias de ningún otro plano de la expresión, sino que se asocian convencional y directamente con elementos del plano del contenido:³⁰

²⁹ Y por qué no es fácil decidir si en casos como *sesentaicinco* o *doscientos* hay una palabra o dos.

³⁰ Asimismo, pensar que, para llegar al significado ('diez') de un signo numérico, a partir de su significante gráfico (10), es necesario



La anotación numérica constituye uno de los mejores ejemplos de la posibilidad semiológica de depositar significados en formas significantes de captación visual.²¹ El hecho de que en las lenguas naturales los significados sean portados por formas fónicas, no debe impedir apreciar esta otra posibilidad de relación signifiicante y significado.

Páginas atrás he dicho que la numeración decimal —y, desde luego, también la vigesimal y la binaria— constituye un sistema nominativo que elabora automáticamente formas conceptuales para significar cualquier cantidad. Esto hay que entenderlo bien. Primero, recapacítense en que la formación del significante de los signos numéricos está regida por un solo principio sintáctico, una sola regla combinatoria: no hay cero a la izquierda. Por lo demás, toda combinación de cifras es posible. Dada la relación simétrica entre los miembros del significante y los del significado, toda combinación de cifras provoca la configuración de un semema numérico. Además, en vista de que los significados numéricos se rigen por una noción de orden (cf. nota 12), nunca existe un

pasar por el filtro de la imagen acústica (/diéθ/), equivaldría a pensar que no se puede significar más que con el sonido, y que el significado mismo es una impresión sonora.

²¹ Con los números sucede lo mismo que en la escritura china, cuyos caracteres pueden ser leídos y escritos por hablantes de muchas otras lenguas que desconozcan por completo la china. Así como el enunciado $2 + 2 = 4$ es comprendido por hablantes de muchas lenguas, los caracteres chinos correspondientes a 'hombre', 'ver', 'caballo' (supónganse +, -, x, para no dibujarlos aquí, dadas las dificultades de impresión tipográfica)² sin saber chino, sino conociendo simplemente el valor de cada figura, presentados en el mensaje lineal "+-x", se pueden interpretar como 'el hombre ve al caballo', según la estructura sintáctica manejada por cada lector. (Cf. YUEN REN CHAO, *Language and symbolic systems*, Oxford, 1970, pp. 120 y ss.).

tope: siempre hay un antecesor y un sucesor inmediatos para cualquier concepto numérico. Esta mecánica trae consigo el surgimiento de *un sistema nominativo que termina por hacer abstracción del referente* de los signos numéricos: las cantidades de los objetos.

En efecto, para el sistema, poco importa si puede existir realmente un *gogol* o un *gogolplex* de estrellas;³² el hecho es que cuenta con la posibilidad de generar el semema correspondiente. Por el contrario, construido el número *gogol* o *gogolplex*, él mismo crea el espejismo de que pueda existir físicamente tal cantidad de objetos. Esto tiene que ver con la noción de infinito. Ante las preguntas "¿Qué es infinito? ¿El número de números o la cantidad de objetos que existe en el universo?", cabe responder que, si hay una cantidad infinita de objetos en el universo, es imposible saberlo, y que los números son infinitos sólo en la medida en que al más elevado que se conciba, siempre será posible, por la mecánica ordenada de un sistema numérico posicional, concederle un sucesor inmediato, de manera que la serie nunca presentará teóricamente un eslabón final (pero la serie es de signos posibles y no de objetos reales). Por tanto, más que discutir si hay o no un infinito numérico, lo que tiene pertinencia semiológica es advertir la capacidad de un sistema posicional para generar automáticamente formas conceptuales para las que no importa si puede o no existir referente, cosa que da origen al carácter abstracto de los números y de la aritmética misma, y en consecuencia de toda la matemática.

Una última observación. Los números, aparte de la función nominativa que se ha venido describiendo, cumplen con una función sintáctica dentro del contexto a que pertenecen. En los enunciados aritméticos ($2 + 2 = 4$), los números desempeñan funciones sustantivas (son miembros de un sujeto o un predicado nominal), según lo hace pensar la verbalización de dichos enunciados (*dos y dos son cuatro*). Mientras en las lenguas naturales las palabras con significa-

³² E. KASNER y J. NEWMAN (*Mathematics and the imagination*, New York, 1940, p. 45) llaman *gogol* al número correspondiente a un uno seguido de cien ceros; *gogolplex* a un uno seguido de un *gogol* de ceros.

do numérico pueden funcionar como sustantivos o adjetivos (*dos perros*), en cuanto entidades matemáticas los números; en los enunciados aritméticos, sólo funcionan como sustantivos.

Todos los elementos de juicio reunidos hasta aquí aportan material suficiente para intentar una definición semiológica de la categoría de número:

El número es un signo sustantivo que se ha especializado con una forma gráfica (significante), la cual se asocia convencionalmente con una forma conceptual (significado), generada dentro de un mismo sistema posicional, que jerarquiza o categoriza intralingüísticamente la percepción extralingüística de las cantidades apreciadas en los objetos, de las cuales puede hacer plena abstracción por su automatismo nominalivo.

Esta definición, que no es más que un resumen de todo lo dicho en estas páginas, coincide parcialmente con la conocida definición lógico-matemática de Gottlob Frege, tan ponderada por Bertrand Russell.³³ Según Frege, los números naturales se especifican por las nociones de número cardinal y de conjunto finito. Los números naturales son equivalentes a los números cardinales correspondientes a conjuntos finitos de objetos. El 2, por ejemplo, es el número natural correspondiente al número cardinal del conjunto finito $\{0,1\}$, que es la clase formada por todos los conjunto finitos $\{a_1, a_2\}$, donde a_1, a_2 son distintos objetos. De acuerdo con esta simplificación de la definición de Frege,³⁴ cabe muy bien entender que $\{0, 1\}$ (la clase de una serie de conjuntos finitos) es la forma de contenido que conceptúa a la sustancia de contenido $\{a_1, a_2\}$ (los pares de objetos distintos). O sea, cabe entender que un número natural es un semema, un haz de rasgos distintivos sémicos, un miembro discontinuo creado sobre la percepción del *continuum* de las cantidades.

Digo que la definición que me atrevo a formular coincide parcialmente con la de Frege, porque la de éste cubre sólo

³³ Cf. G. FREGE, *Los fundamentos de la aritmética*, Barcelona, 1972; B. RUSSELL, *Introducción a la filosofía matemática*, Buenos Aires, 1945.

³⁴ Cf. R. A. BEAUMONT y R. S. PIERCE, *The algebraic foundations of mathematics*, Massachusetts, Palo Alto, London, 1963, pp. 83 y ss.

la mitad de los signos numéricos, pues describe nada más la acción nominativa que la parte conceptual ejerce sobre los referentes, descuidando la importancia que tiene la forma significante, capaz de generar automáticamente (por su correspondencia simétrica con las formas del plano del contenido) sememas numéricos para los cuales poco importa si existe o no referente. Forma significante gracias a la cual los números son algo más que palabras. Si alguien quisiera ver los números sólo como *significados*, no discutiría con él; sólo lamentaría que desechase, a través del reconocimiento del *significante*, la posibilidad de apreciar cómo surge la noción de infinito, otro de los conceptos vitales de la matemática y de la mente en general.

Sin embargo, pese a su parcialidad, la definición de Frege tiene el enorme mérito de haberse anticipado en casi cien años a la aparición de la semántica estructural, precursor él mismo de esta ciencia, según empieza a reconocerse.³⁵ Suplió con instrumentación simbólica las nociones últimamente aportadas por esta disciplina (*campo semántico, sema, semema, etc.*), que tanto simplifican la comprensión del significado de un número. Si la definición de Frege ha sido tachada de nominalista,³⁶ más aún lo es la nuestra, que se cifra no sólo en la acción nominativa que la forma conceptual ejerce sobre los referentes, sino también en la acción de la forma significante en los signos numéricos. Pero si eso fuera defecto, tal definición es una muestra de lo que puede ofrecer el análisis semiológico del lenguaje matemático. Análisis en el cual es necesario precisar que, si el número es conceptualizado sólo como significado, abstraendo su significante, ello ha de conducir a la creencia de que el número es sólo una idea. Esto llevará a considerar indiferenciadamente como números a los números propiamente dichos y a las palabras con significado numérico, sin posibilidad alguna de distinguir entre unos y otras. Más aún: si no

³⁵ Cf., por ejemplo, J. MOSTERÍN, *G. Frege, estudios sobre semántica*, Barcelona, 1971; y E. H. BATISTELLA, *Selección de textos de Gottlob Frege*, Venezuela, 1971.

³⁶ CLESTEPHAN KÖRNER, *Introducción a la filosofía de la matemática*, México, 1968, pp. 69 y ss.

se hace una distinción formal entre los números emanados de un sistema posicional y de sus precursores no posicionales (el egipcio, el romano, el chino, etc.), se definirán términos heterogéneos, sistemas con cero y sin él, y —lo que es más grave— se confundirá lo diacrónico con lo sincrónico³⁷ (siendo cosa que, en mi opinión, resulta fundamental empezar a distinguir en matemáticas). Los números, a partir de un momento dado, en su evolución diacrónica, conquistan la acronía.³⁸ Si no se advierte esto, los números tenderán a ser conceptuados filosóficamente como entidades eternas, y no como creaciones humanas —según a mi parecer lo son— que han terminado por asombrar a sus constructores con abundantes sofismas y paradojas.³⁹

ANTONIO MILLÁN OROZCO

Centro de Lingüística Hispánica.

³⁷ Mi trabajo es sincrónico, a pesar de que se ocupe de números como los vigesimales, que no tienen vigencia actual. O, mejor que sincrónico, se ocupa de sistemas homogéneos: posicionales con cero. Los demás no caben aquí, porque no son posicionales, carecen de cero y no tienen serie finita de cifras (piénsese en el romano, por ejemplo, donde, a cantidades mayores, hay que ir creando nuevas cifras o letras, según la modalidad). El sexagesimal caldeo era posicional (los valores, múltiplos de '60', dependían del lugar de las incisiones cuneiformes); tenía serie cerrada de cifras (dos: una *barra* para el 'uno' y un *ángulo* para el 'diez'), pero carecía de cero (Cf. WARUSEL, *Los números*).

³⁸ Como ya he indicado antes, los sistemas numéricos posicionales (con cero; el sexagesimal es semiposicional sin cero) carecen de evolución diacrónica y, una vez logrados, conquistan, por tanto, la acronía, quizá la máxima proeza del simbolismo matemático. La evolución en este terreno, a mi juicio, más que en torno a un sistema simbólico en particular (aunque no descartable: el romano, como el cretense primario, iba del I al IIII y luego al V, y más tarde adoptó la modalidad trinaría I, II, III, y subtractiva de los *cuatros*, IV = '5 menos 1', y de los *nueves*, IX = '10 menos 1'; cf. cualquier historia de los sistemas numéricos), se opera en relación de sistema a sistema. La diacronía de los sistemas numerales, anterior a la acronía final, se opera en los diversos tipos de simbolismo que se van desarrollando de "sistema" a "sistema" (entre comillas por su grado de *asistematicidad*). Viniendo inicialmente de lo analógico (numeraciones paleolíticas: I, II, III, IIII, IIIII, etc.) para llegar a lo arbitrario o discreto (10: 'una unidad de segundo orden, cero unidades de primer orden').

³⁹ La más famosa de todas ellas: *la parte puede ser tan grande como*

el todo. Paradoja encontrada por B. Russell (cf. *Filosofía matemática*) y argumentada a partir de estos razonamientos: los pares y los nones son subconjuntos del conjunto infinito de los números naturales. Son partes de ese todo. Bajo una relación que se llama "biunívoca" o "de uno a uno", que es la regla de medir infinitos en alta matemática, se pone arriba el conjunto de los pares o los nones, y biunívocamente se le hace corresponder con el conjunto de los números naturales:

$$\begin{array}{cccccc} \{1 & - & 3 & - & 5 & - & 7 & - & 9 \dots\} \\ | & & | & & | & & | & & | \\ \{1 & - & 2 & - & 3 & - & 4 & - & 5 \dots\} \end{array}$$

En vista de que todo número tiene un predecesor y un sucesor inmediatos, se afirma que las series de los nones o de los pares son también conjuntos infinitos, ya que las series de arriba y abajo nunca presentarán teóricamente miembro final. Siendo así, la parte puede ser tan grande como el todo, es decir, infinita. Pero, dejando fuera el problema de qué es el infinito (sobre el cual emití mi opinión antes, cf. p. 42), estoy convencido de que el consabido buen humor de B. RUSSELL dejó a sus lectores sólo un sofisma y no una paradoja. La solución que ofrezco es simple y vuelve al sentido común: *la parte es efectivamente menor que el todo*. ¿Por qué? Porque el conjunto infinito de los números naturales es subconjunto del conjunto de los signos del lenguaje aritmético; no tiene existencia independiente, pese al engaño de su sistema signifiante (hecho con cifras, que dejan de fuera a los otros signos aritméticos no hechos con cifras: +, -, ×, ÷, =). El conjunto aritmético, transfinito en realidad, es el siguiente:

$$\begin{array}{l} \{0, 1, 2, 3 \dots +, -, \times, \div, =\} \text{ transfinito} = \text{infinito} + 5 \text{ miembros} \\ | \quad | \quad | \quad | \\ \{0, 1, 2, 3 \dots\} \text{ infinito (sin último miembro, por aquello del sucesor} \\ \text{inmediato)} \end{array}$$

Aquí sí que *la parte, por infinita que sea* (si es que se creyera que el infinito existe realmente, y no se advirtiera que es sólo espejismo generado por el sistema) *es menor que el todo*. El conjunto transfinito que propongo, se integra bajo la propiedad *ser signos del lenguaje aritmético*. (Cf., para mayores datos, mi trabajo sobre *Los sistemas doblemente articulados*). La nueva paradoja que presento, confirmadora de lo que el sentido común dicta, no es fácil de desbaratar. Sé que si anticipo los miembros no ordenados:

$$\begin{array}{l} \{+, -, \times, \div, =, 0, 1, 2, 3 \dots\} \\ | \quad | \\ \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \dots\} \end{array}$$

el conjunto transfinito de arriba parecería que puede ser medido con la regla de medir infinitos (el conjunto de los números naturales), pero —¡oh tautología más verdadera!—: finito es menor que infinito,

e infinito es menor que transfinito. La serie de arriba sería siempre cinco miembros menor que la de abajo, y por tanto inmedible con un simple infinito. No conozco, por otra parte, ningún argumento —ni creo que se pueda crearlo— para anteponer o posponer la serie no ordenada (+, —, \times , \div , =), por lo cual considero que tan válida es la posposición como la anteposición. La posposición garantiza que *la parte es menor que el todo*, cosa que va con el sentido común, y mis razonamientos semiológicos resultan totalmente fundamentados, creo. La anteposición lanza al absurdo: *la parte es mayor que el todo* (porque la serie {+, —, \times , \div , =, 0, 1, 2, 3...}, al ponerse encima de la serie {1, 2, 3...} siempre sería menor en cinco miembros que la de abajo. No creo, por los múltiples argumentos expuestos, que mi posición esté equivocada, pero si algo me hubiera pasado desapercibido insensiblemente —como suele pasar—, y alguien se atreviera a sostener que la parte puede ser mayor que el todo, de cualquier manera mis paradojas habrían contribuido a descubrirlo.

APÉNDICE

El sistema binario¹ maneja sólo dos cifras (0,1). Sus valores son 'cero' y 'uno'. El primer número conceptualizado posicionalmente es el *dos*:² /10/ = 'una unidad de segundo orden, cero unidades de primer orden'. El campo semántico formado por la numeración binaria se aprecia analíticamente así:

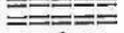
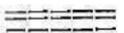
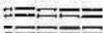
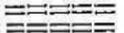
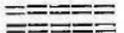
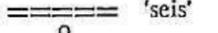
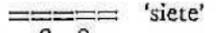
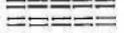
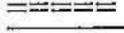
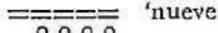
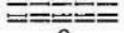
Significante	Semema	Semas
/0/	'cero'	'cero unidades de primer orden'
/1/	'uno'	'una unidad de primer orden'
/10/	'dos'	'una unidad de segundo orden, cero unidades de primer orden'
/11/	'tres'	'una unidad de segundo orden, una unidad de primer orden'
/100/	'cuatro'	'una unidad de tercer orden, cero unidades de segundo orden, cero unidades de primer orden'
/101/	'cinco'	'una unidad de tercer orden, cero unidades de segundo orden, una unidad de primer orden'
/110/	'seis'	'una unidad de tercer orden, una unidad de segundo orden, cero unidades de primer orden'
/111/	'siete'	'una unidad de tercer orden, una unidad de segundo orden, una unidad de primer orden'

¹ Fue creado por Leibniz en el siglo XVII sobre el modelo del sistema decimal, del cual se tomaron las dos cifras con que hoy se maneja. Por su simplicidad, resulta óptimo para el funcionamiento de las computadoras, pero parece resultar muy complejo para la mente humana, habituada tradicionalmente a la base *diez*, determinada por los dedos de las manos.

² Para no confundir esta definición con la del *diez* decimal, repárese en que aquí los valores de las posiciones ascienden duplicándose ('uno', 'dos', 'cuatro', 'ocho', etc.), y no de *diez en diez* ('uno', 'diez', 'cien', 'mil', etc.). Así, el número 10 ('dos') binario se puede interpretar también 'una uni-

Significante	Semema	Semas
/1000/	'ocho'	'una unidad de cuarto orden, cero unidades de tercer orden, cero unidades de segundo orden, cero unidades de primer orden'
/1001/	'nueve'	'una unidad de cuarto orden, cero unidades de tercer orden, cero unidades de segundo orden, una unidad de primer orden'

El sistema vigesimal amerindio³ trabaja con veinte cifras. Diferentes de las decimales por su forma y por las correlaciones que guardan entre sí:⁴

o 'uno'		'once'		'dieciocho'
oo 'dos'	 o		 o o o	
ooo 'tres'	 o o	'doce'	 o o o o	'diecinueve'
oooo 'cuatro'	 o o o	'trece'		# 'cero'
 'cinco'	 o o o o	'catorce'		
 'seis'	 o o	'quince'		
 'siete'	 o o o	'dieciséis'		
 'ocho'	 o o o o	'diecisiete'		
 'nueve'	 o o			
 'diez'	 o o			

dad de dos, cero unidades de uno'; el 100 ('cuatro'), 'una unidad de cuatro, cero unidades de dos, cero unidades de uno'.

³ Data aproximadamente del siglo III a.C. (cf. SILVANUS G. MORLEY, *La civilización maya*, México, 1947). Sobre su carácter sistemático y sus bondades aritméticas, véase la reconstrucción de las matemáticas prehispánicas que David Esparza ha hecho en su estudio sobre el *Cómputo azteca* (México, 1974).

⁴ La peculiaridad de estas cifras es que diecinueve de ellas se arman a

El primer número conceptualizado posicionalmente es el que corresponde a la base del sistema, *veinte*:

o { 'una unidad de segundo orden,
} 'cero unidades de primer orden'

Su anotación posicional difiere de la decimal y de la binaria en que no es horizontal, sino vertical, porque, para esta matemática, las cantidades debían crecer como las cosas en la tierra, para arriba:⁵

			o
		o	#
	o	#	#
o	#	#	#
#	#	#	#
('20')	('400')	('8000')	('160000')

La apertura numérica en el sistema vigesimal se aprecia paradigmáticamente así:⁶

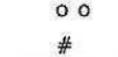
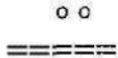
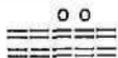
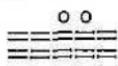
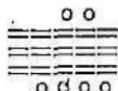
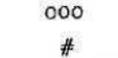
Significante	Semema	Semas
o #	'veinte'	'una unidad de segundo orden, cero unidades de primer orden'
o o	'veintiuno'	'una unidad de segundo orden, una unidad de primer orden'
o o o	'veintidos'	'una unidad de segundo orden, dos unidades de primer orden'
o ooo	'veintitres'	'una unidad de segundo orden, tres unidades de primer orden'

partir de dos formantes básicos, *punto* y *raya*, cosa que, desde luego, no obstaculiza su funcionamiento posicional. Dadas las dificultades de impresión, transcribo el *punto* por una *o* pequeña, la *raya* por varias grafías de *igual* (====), y el *cero*, que originalmente es como un óvalo, por un signo de cantidad (#).

⁵ La progresión vigesimal se realiza *de veinte en veinte*, y tiene la propiedad de absorber a la binaria y a la decimal: 20 (2×10), 400 (4×100), 8000 (8×1000), 160000 (16×10000).

⁶ Comienzo del *veinte* en adelante porque los números anteriores quedaron anotados ya. Las definiciones no puestas van automáticamente de 'cero', 'uno', 'dos', ... a 'diecinueve unidades de primer orden'.

Significante	Semema	Semas
o oooo	'veinticuatro'	'una unidad de segundo orden, <i>cuatro</i> unidades de primer orden'
o =====	'veinticinco'	'una unidad de segundo orden, <i>cinco</i> unidades de primer orden'
o =====	'veintiséis'	'una unidad de segundo orden, <i>seis</i> unidades de primer orden'
o =====	'veintisiete'	'una unidad de segundo orden, <i>siete</i> unidades de primer orden'
o =====	'veintiocho'	'una unidad de segundo orden, <i>ocho</i> unidades de primer orden'
o =====	'veintinueve'	'una unidad de segundo orden, <i>nueve</i> unidades de primer orden'
o =====	'treinta'	'una unidad de segundo orden, <i>diez</i> unidades de primer orden'
o =====	'treintauno'	'una unidad de segundo orden, <i>once</i> unidades de primer orden'
o =====	'treintaidós'	'una unidad de segundo orden, <i>doce</i> unidades de primer orden'
o =====	treintaitrés'	'una unidad de segundo orden, <i>trece</i> unidades de primer orden'
o =====	'treintaicuatros'	'una unidad de segundo orden, <i>catorce</i> unidades de primer orden'
o =====	'treinticinco'	'una unidad de segundo orden, <i>quince</i> unidades de primer orden'
o =====	'treintaiséis'	'una unidad de segundo orden, <i>dieciséis</i> unidades de primer orden'
o =====	'treintisiete'	'una unidad de segundo orden, <i>diecisiete</i> unidades de segundo orden'

Significante	Semema	Semas
	'treintaiocho'	'una unidad de segundo orden, <i>dieciocho</i> unidades de primer orden'
	'treintainueve'	'una unidad de segundo orden, <i>diecinueve</i> unidades de primer orden'
	'cuarenta'	'dos unidades de segundo orden, <i>cero</i> unidades de primer orden'
	'cuarentaicinco'	'dos unidades de segundo orden, <i>cinco</i> unidades de primer orden'
	'cincuenta'	'dos unidades de segundo orden, <i>diez</i> unidades de primer orden'
	'cincuentaicinco'	'dos unidades de segundo orden, <i>quince</i> unidades de primer orden'
	'cincuentainueve'	'dos unidades de segundo orden, <i>diecinueve</i> unidades de primer orden'
	'sesenta'	'tres unidades de segundo orden, <i>cero</i> unidades de primer orden'
	'ochenta'	'cuatro unidades de segundo orden, <i>cero</i> unidades de primer orden'
	'cien'	'cinco unidades de segundo orden, <i>cero</i> unidades de primer orden'
	'doscientos'	'diez unidades de segundo orden, <i>cero</i> unidades de primer orden'
	'trescientos'	'quince unidades de segundo orden, <i>cero</i> unidades de primer orden'
	'cuatrocientos'	'una unidad de tercer orden, <i>cero</i> unidades de segundo orden, <i>cero</i> unidades de primer orden'